



**Analizando la relación entre el periodo y el tiempo en el movimiento de un péndulo**

---

**Gabriel Molina • Mario Sánchez**

**Resolución gráfica de desigualdades con la CASIO CFX 9850 GB Plus**

---

**Rosa Farfán • Armando Albert • Jaime Arrieta**

**Las calculadoras gráficas y el conocimiento científico de las matemáticas**

---

**Olga Lidia Pérez González  
Ana Guadalupe Quiroga**



# Analizando la relación



## CONTENIDO

Analizando la relación entre el periodo y el tiempo en el movimiento de un péndulo

Gabriel Molina  
Mario Sánchez

Resolución gráfica de desigualdades con la CASIO CFX 9850 GB Plus

Rosa Ma. Farfán  
Armando Albert  
Jaime Arrieta

Las calculadoras gráficas y el conocimiento científico de las matemáticas

Dra. Olga Lidia Pérez  
MSc. Ana G. Quiroga

## El experimento

Vamos a observar la relación entre la distancia  $y$  que existe entre un sensor de movimiento y un balón de basketball que se tiene un movimiento oscilatorio y el tiempo  $x$ .

## ACTIVIDAD 1

### Procedimiento

1.- Ingresas al modo **E-CON** en el menú de la calculadora y seleccionas el modo avanzado de configuración para definir el tamaño de las muestras, la cantidad y el destino de almacenamiento de las mismas.

Dentro de la función **Channel** seleccionas el canal **SONIC** y asignas los datos a la lista 2. A continuación eliges la función **Sample** y fijas el tamaño de las muestras, que para este experimento será de 0.1 segundos y un total de 100 muestras. Asignas estas muestras a la lista

2.- Colocas un balón de basketball colgado del techo con ayuda de una red y con ayuda del sensor registras su movimiento cuando se empieza a balancear al soltarlo de una distancia aproximada de 30 cm del suelo como se muestra en la siguiente figura:

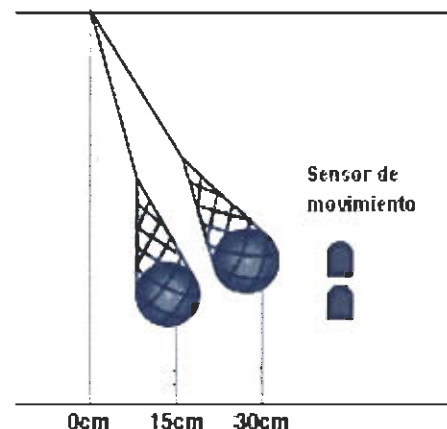
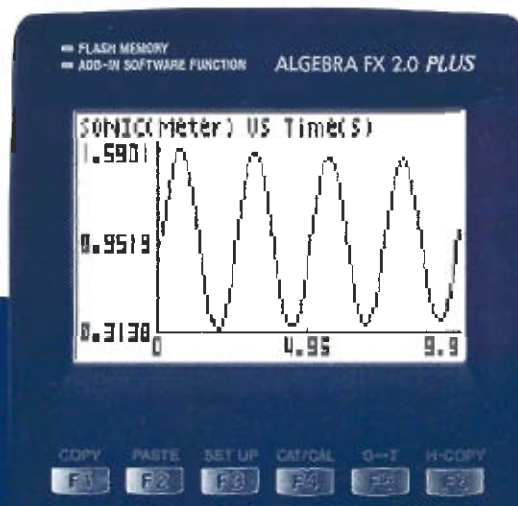


Figura 1

La gráfica obtenida será similar a la mostrada en la pantalla 1:

Pantalla 1





# entre el periodo y el tiempo en el movimiento de un péndulo

Mario Sánchez y Gabriel Molina  
Cinvestav, IPN

3.- Vuelve a configurar el sensor para realizar una segunda toma de datos. El tamaño y cantidad de muestras será el mismo, y también se almacenarán en la lista 1. Lo que cambiaremos ahora será el lugar de almacenamiento para los datos del canal SONIC, su destino será la lista 3.

4.- Comienza a tomar los datos asegurándose de que el balón ahora se encuentre a una distancia de 15 cm del suelo como lo muestra la figura anterior.

La grafica generada será parecida a la siguiente:

5.- Ingresas al modo STAT desde el menú de la calculadora. A continuación, oprime F1 (comando GRPH) y selecciona la opción Set

6.- Dentro de Set, configura la primera grafica generada (StatGraph 1), asignando a la lista x la lista 1 y a la lista y la lista 2. (pantalla 4)  
Similarmente para la segunda grafica (StatGraph 2), asigna a la lista x la lista 1 y a la lista y la lista 3. (pantalla 5)

7.- Ahora, ingresa a la opción Select (pantalla 6) y dentro de ésta activa las graficas StatGraph 1 y StatGraph 2, es decir, oprime la tecla F1 para que aparezca la palabra DrawOn (pantalla 7).

8.- Una vez activadas las graficas oprime la tecla F6 (comando DRAW) y obtendrás una grafica similar a la siguiente



Pantalla 2 Analisis



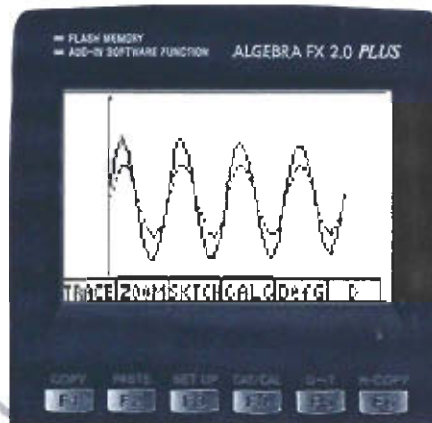
Pantalla 3



Pantalla 6



Pantalla 7



Pantalla 8

La grafica mostrada en la pantalla 8 representa el movimiento del balón oscilando al ser impulsado de dos posiciones diferentes. En el eje x se representa el tiempo transcurrido, mientras que en el eje y se simboliza la distancia recorrida por el balón.

Lo interesante de esta grafica es que nos muestra que el periodo en el movimiento del péndulo es independiente de la amplitud. Esto es llamado el **isocronismo del péndulo**.

Pantalla 4



Pantalla 5

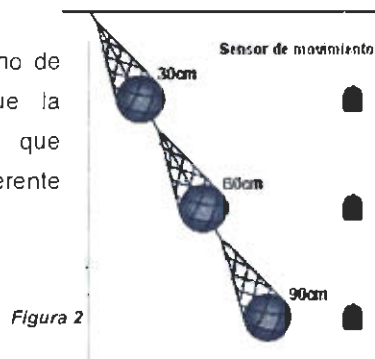


## ACTIVIDAD 2

### Procedimiento

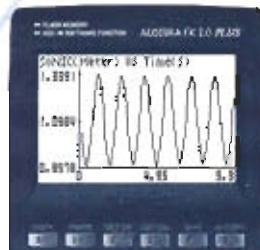
En esta actividad seguiremos utilizando el balón oscilando y llevaremos a cabo tres tomas de datos las cuales nos generarán tres gráficas. Igual que en la actividad anterior tomaremos para cada uno de los experimentos 100 muestras de 0.1 segundos cada una.

La diferencia entre cada uno de los experimentos, es que la longitud de la cuerda que sostiene al balón será diferente para cada uno.



Comencemos con la primer toma de datos. Siguiendo el procedimiento de la actividad 1, configuraremos el destino de almacenamiento de los datos: los datos correspondientes al tiempo los asignaremos a la lista 1 mientras que los datos del canal **SONIC** se asignarán a la lista 2. Como se muestra en la figura anterior, la longitud del péndulo (estamos considerando la distancia que hay desde el centro del balón hasta el techo del cual se encuentra suspendido) es de 55 centímetros<sup>1</sup>

Oprima la tecla **EXE** para comenzar la toma de datos una vez que el balón haya sido pulsado. La gráfica obtenida será parecida a la siguiente:



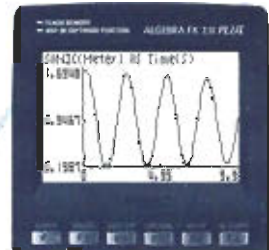
En la segunda toma de datos, los datos de tiempo quedarán almacenados en la lista 1 y en la lista 3 guardaremos los datos correspondientes a la distancia (**sonic channel**). En este experimento, la longitud del péndulo debe ser duplicada con respecto al experimento anterior, es decir el péndulo deberá medir 110 centímetros.

Una vez finalizada la toma de datos se obtiene una gráfica como la siguiente:



Finalmente, realizaremos el tercer experimento. Al igual que en los dos anteriores, los datos correspondientes al tiempo se van a almacenar en la lista 1, mientras que los correspondientes a la distancia recorrida en la lista 4.

Ahora, la longitud del péndulo será triplicada con respecto a la del primer experimento realizado, es decir 165 centímetros. La gráfica obtenida en este caso se muestra en la pantalla 11



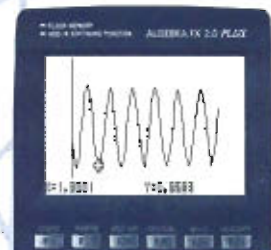
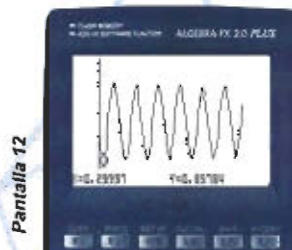
Cuando se hayan realizado los tres experimentos ingresaremos al modo **STAT**, enseguida, oprimiendo la tecla **F1** seleccionaremos la opción **Set** y siguiendo el procedimiento de la actividad 1 realizaremos las siguientes asignaciones:

StatGraph 1: Lista x → Lista 1  
Lista y → Lista 2

StatGraph 2: Lista x → Lista 1  
Lista y → Lista 3

StatGraph 3: Lista x → Lista 1  
Lista y → Lista 4

Cuando se haya finalizado la asignación de las listas oprime la tecla **ESC** y enseguida la tecla **F1**. Al oprimir esta última tecla, escoge la opción 1 (**StatGraph 1**), con esto se trazará la gráfica del primer experimento. Una de las ventajas de graficar en el modo **STAT** es que podemos usar la función **TRACE** (tecla **F1**); esta función nos servirá para determinar el período del péndulo en el primer experimento<sup>2</sup>. Para determinar este dato fijaremos el cursor de la función **TRACE** en dos puntos "mínimos consecutivos" de la gráfica (pantallas 12 y 13)



<sup>1</sup> La longitud del péndulo puede ser cualquiera que se desee, pero debe tomarse en cuenta que la longitud que se fija debe ser duplicada y triplicada en los dos experimentos siguientes.

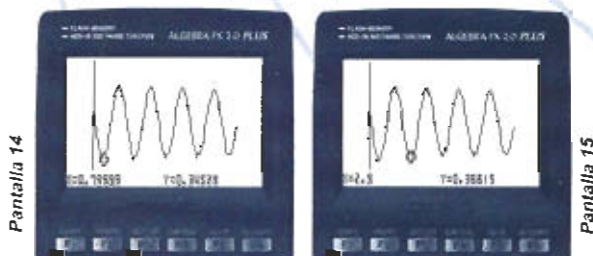
<sup>2</sup> El período del péndulo es el tiempo que transcurre al realizar una oscilación completa.



El periodo del péndulo con una longitud de 55 centímetros es igual a la diferencia entre las coordenadas de x mostradas en las pantallas anteriores, es decir:

$$\text{Periodo Péndulo 55 cm} = 1.8001 - 0.29997 = 1.50013 \text{ segundos}$$

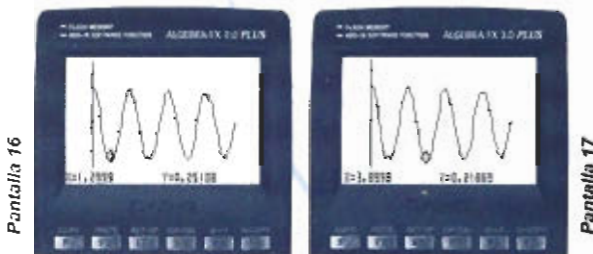
Para trazar la segunda gráfica, oprime la tecla **ESC** para regresar a la pantalla principal del modo **STAT**; oprime la tecla **F1** (comando **GRAPH**) y selecciona la opción **2 (StatGraph 2)**. Ahora, con ayuda de la función **TRACE** vuelve a situar el cursor en dos puntos mínimos consecutivos (pantallas 14 y 15) para poder determinar el período.



En este caso tenemos que:

$$\text{Periodo Péndulo 110 cm} = 2.9 - 0.79999 = 2.10001 \text{ segundos}$$

Las siguientes pantallas fueron obtenidas al graficar en el modo **STAT** la tercer gráfica siguiendo el mismo procedimiento utilizado anteriormente



De la información mostrada en las pantallas 16 y 17 se obtiene

$$\text{Periodo Péndulo 165 cm} = 3.8998 - 1.2999 = 2.5999 \text{ segundos}$$

Podemos resumir la información obtenida anteriormente en la siguiente tabla

Longitud del Péndulo (l)	55 cm	110 cm	165 cm
Periodo (P)	P1 = 1.50013 seg.	P2 = 2.10001 seg.	P3 = 2.5999 seg.

## Análisis

Observe lo que se obtiene al realizar los cocientes  $\frac{P_2}{P_1}$  y  $\frac{P_3}{P_1}$ :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2.10001}{1.50013} = 1.399885343 \approx 2$$

$$\frac{P_3}{P_1} = \frac{2.5999}{1.50013} = 1.733116463 \approx 3$$

Experimentalmente se puede concluir que cuando la longitud de un péndulo es duplicada o triplicada, el periodo se incrementa  $\sqrt{2}$  veces o  $\sqrt{3}$  veces respectivamente.

En forma general podemos afirmar que cuando la longitud del péndulo se incrementa n veces, el periodo se incrementa  $\sqrt{n}$  veces.<sup>3</sup>

De la misma forma, utilizando los valores de la tabla mostrada anteriormente podemos verificar la validez de la siguiente fórmula:

$$l = \frac{1}{4} P^2$$

Por ejemplo, para el caso en que la longitud del péndulo es de 110 centímetros tenemos que:

$$l = \frac{(2.10001)^2}{4} = 1.1025205$$

Las relaciones previamente encontradas con ayuda de la experimentación con los sensores se encuentran contenidas en la ley conocida como segunda ley del péndulo:

**"El periodo de un péndulo es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud del péndulo"**

<sup>3</sup> El periodo P de un péndulo cuya longitud es l se obtiene mediante la siguiente fórmula  $P=2\pi\sqrt{l/g}$ , donde g es la aceleración de la gravedad,  $g=9.8 \text{ m/s}^2$